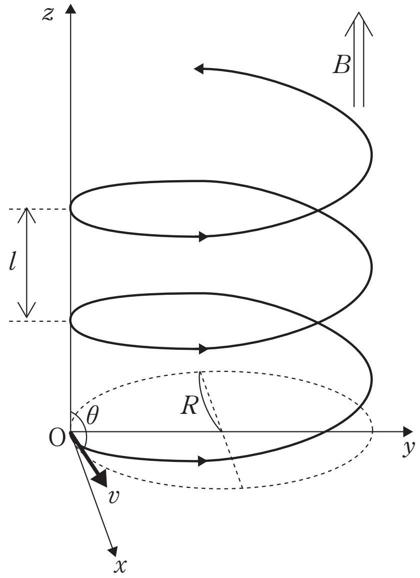
第39講　ローレンツ力

1

次の文章を読み，設問に答えよ。

真空中に一様な磁束密度 B の磁界がある。図に示すように，xyz 軸をとる。磁界の方向は z 軸とする。その磁界の中に速さ v の電子（質量 m，電荷 $-e$ ($e>0$)）を zx 平面上で，z 軸の正の方向に対して θ ($<90°$) の角度で入射させる。この点を原点Oとする。ただし，電子は原点Oを通過後から磁界の影響を受けた運動をするものとする。



(1)　電子が原点Oに入射したとき，電子の速さの y 成分は0である。x 成分と z 成分を求めよ。

(2)　電子が磁界から受ける力を何というか答えよ。

(3)　電子が磁界から受ける力の大きさ F を求めよ。

(4)　電子が磁界から受ける力は，大きさが一定で電子の運動方向とつねに垂直にはたらく。電子は磁界に垂直な平面内で等速円運動を行うので，z 軸方向から見たとき，電子は図の破線のような半径 R の等速円運動を行う。等速円運動の半径 R を求めよ。

(5)　R を用いずに円運動の周期 T を表せ。

(6)　電子の運動は(4)と z 軸方向の運動を合成した，磁界の向きを軸とするらせん運動となる。図に示すらせん運動のピッチ l を求めよ。

(7)　原点Oに入射させる電子を初速0から電位差 V で加速した。このときの電子の速さ v を m，e，V で表せ。

(8)　(4)と(7)の答から $\dfrac{e}{m}$ を R，V，B，θ で表せ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

電子の比電荷を測定する実験に関して，以下の問に答えよ。ただし，重力の影響は無いものとし，解答の際には問題に与えられている記号だけを用いること。

問1

図1のように，陰極から出た電子（電荷 $-e$ [C]，質量 m [kg]）が陽極の小孔を通った後に，平行板電極（偏向板）に入る。このときの電子の速さを v_0 [m/s] とする。偏向板に電圧がかけられていないときには，電子は偏向板を通過後，蛍光面のOの位置に当たった。偏向板に電圧 V [V] がかけられているときには，電子は蛍光面のAの位置に当たった。

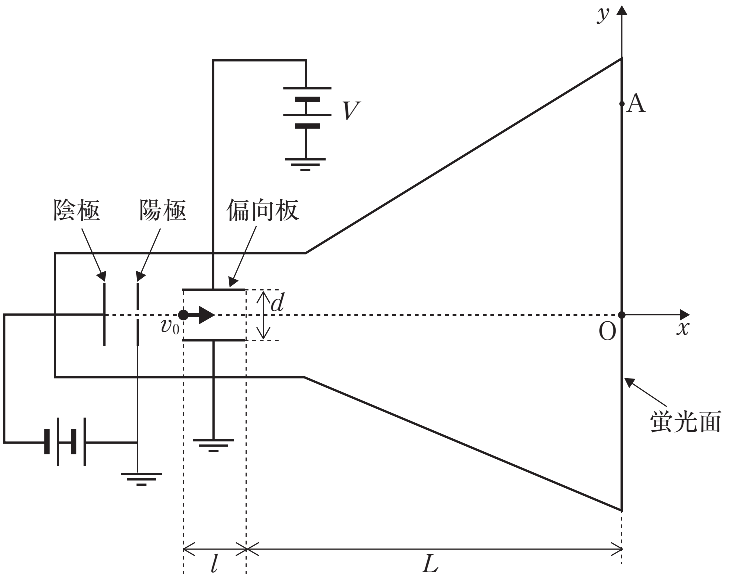


図1

(1)　図1のように x 軸，y 軸をとり，偏向板の長さを l [m]，偏向板間隔を d [m] とする。偏向板に電圧がかけられているときに偏向板を通過中の電子は，x 軸方向，y 軸方向にそれぞれどのような運動をするか。また，それぞれの方向の力の大きさと加速度の大きさを求めよ。

(2)　偏向板通過後の電子は，x 軸方向，y 軸方向にそれぞれどのような運動をするか。また，それぞれの方向の力の大きさと速さを求めよ。

(3)　偏向板の端から蛍光面までの距離を L [m] とし，蛍光面の位置Oから A までの距離 a [m] を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問２

図２のように，図１の装置に加えて，電磁石を偏向板の両側におく。偏向板に電圧 V をかけたまま電磁石に電流を流し，一様な磁場（磁界）を紙面に垂直方向にかける。流れる電流を調節して，磁場が磁束密度 B [T] になったとき，蛍光面の A 点に当たっていた電子が蛍光面の O 点に当たるようになった。

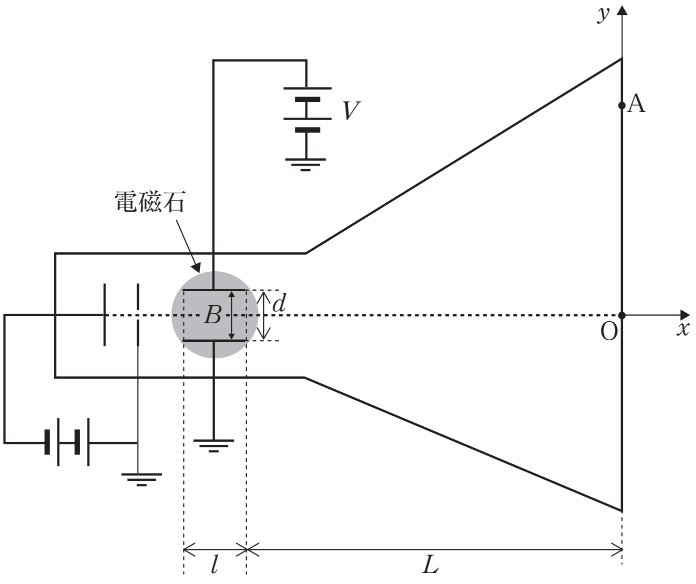


図２

⑴　磁場の向きは，紙面に対して表から裏へか，裏から表へか答えよ。

⑵　この実験から決まる速さ v_0 [m/s] を求めよ。

問３　この実験で直接測ることのできる量は，電圧 V，磁束密度 B，装置に関する量 d，l，L とスクリーン上での電子の位置 a である。問１と問２の結果から，電子の比電荷 $\dfrac{e}{m}$ [C/kg] をこの実験によって決定する式を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

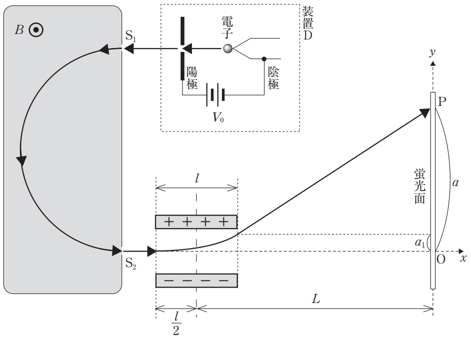
＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 39 講　確認テスト

真空中で行われた次の２つの実験〔A〕と〔B〕につき，以下の問に答えなさい。ただし，電子は紙面内で運動し，重力や地球磁場の影響は無視できるものとする。解答はそれぞれにつき解答群より１つ選びなさい。

〔A〕 図のような装置 D（破線で囲まれた部分）で，陰極から初速度 0 [m/s] で出た質量 m [kg]，電荷 $-e$ [C] の電子が電圧 V_0 [V] で加速された後，スリット S_1 を通り，紙面に垂直に裏から表へ向かう（記号⊙で示す）磁束密度 B [Wb/m^2] の一様な磁場（灰色部分）に垂直に入射する。その後，磁場中で半円の軌道を描き，スリット S_2 から出てきた。



(1) スリット S_1 を通る直前の電子の速さはいくらか。 **1** [m/s]

① $\sqrt{\dfrac{eV_0}{m}}$　② $\dfrac{eV_0}{m}$　③ $\sqrt{\dfrac{m}{eV_0}}$　④ $\dfrac{m}{eV_0}$

⑤ $\sqrt{\dfrac{2eV_0}{m}}$　⑥ $\dfrac{2eV_0}{m}$　⑦ $\sqrt{\dfrac{m}{2eV_0}}$　⑧ $\dfrac{m}{2eV_0}$

(2) 磁場の中を運動する電子の半円軌道の半径はいくらか。 **2** [m]

① $\sqrt{\dfrac{eB^2}{2mV_0}}$　② $\dfrac{eB^2}{2mV_0}$　③ $\sqrt{\dfrac{2mV_0}{eB^2}}$　④ $\dfrac{2mV_0}{eB^2}$

⑤ $\sqrt{\dfrac{eB}{2mV_0}}$　⑥ $\dfrac{eB}{2mV_0}$　⑦ $\sqrt{\dfrac{2mV_0}{eB}}$　⑧ $\dfrac{2mV_0}{eB}$

(3) 電子が S_1 から S_2 まで進むのに要する時間はいくらか。 **3** [s]

① $\sqrt{\dfrac{mV_0}{\pi eB}}$　② $\dfrac{mV_0}{\pi eB}$　③ $\sqrt{\dfrac{2mV_0}{\pi eB}}$　④ $\dfrac{2mV_0}{\pi eB}$

⑤ $\sqrt{\dfrac{\pi mV_0}{eB^2}}$　⑥ $\dfrac{\pi mV_0}{eB^2}$　⑦ $\sqrt{\dfrac{\pi m}{eB}}$　⑧ $\dfrac{\pi m}{eB}$

〔B〕 スリット S_2 を出た電子（速さを v [m/s] とする）は長さ l [m] の平行板電極の間を通り，入射方向（x 軸方向）に垂直に置かれた蛍光面に当たる。平行板電極によって作られる電場の強さは E [V/m]，その向きは電子の入射方向に垂直で下向きとする。蛍光面

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

上で電場の向きに平行に y 軸をとる。電子が電場からの静電気力を受けずに直進した場合に到達する蛍光面上の点をO，静電気力を受けた場合の到達点をPとし，間の距離を a［m］とする。また，平行板電極中央と蛍光面との距離を L［m］とする。

(1)　平行板電極の間を通過中の電子の y 軸方向の加速度の大きさはいくらか。［4］［$\mathrm{m/s^2}$］

① $\dfrac{eE}{m}$　② $\dfrac{E}{me}$　③ $\dfrac{mE}{e}$　④ $\dfrac{E}{e}$

⑤ meE　⑥ eE　⑦ me^2E　⑧ e^2E

(2)　平行板電極を出る瞬間の電子の y 軸方向の変位（図の a_1）はいくらか。［5］［m］

① $\dfrac{mel^2E}{2v^2}$　② $\dfrac{melE}{2v^2}$　③ $\dfrac{mlE}{2v^2}$　④ $\dfrac{el^2E}{2mv^2}$

⑤ $\dfrac{elE}{2mv}$　⑥ $\dfrac{l^2E}{2mev}$　⑦ $\dfrac{mlE}{2ev}$　⑧ $\dfrac{ml^2E}{2ev^2}$

(3)　このときの電子の速度の y 軸方向の成分はいくらか。［6］［m/s］

① $\dfrac{mlE}{ev}$　② $\dfrac{ml^2E}{e}$　③ $\dfrac{lE}{mev}$　④ $\dfrac{lE}{me}$

⑤ $\dfrac{elE}{mv}$　⑥ $\dfrac{elE}{m}$　⑦ $\dfrac{el^2E}{mv}$　⑧ $\dfrac{el^2E}{m}$

(4)　OP間の距離 a はいくらか。［7］［m］

① $\dfrac{el^2LE}{mv}$　② $\dfrac{el^2LE}{mv^2}$　③ $\dfrac{elLE}{mv}$　④ $\dfrac{elLE}{mv^2}$

⑤ $\dfrac{lLE}{mev}$　⑥ $\dfrac{lLE}{mev^2}$　⑦ $\dfrac{ml^2LE}{ev}$　⑧ $\dfrac{mlLE}{ev^2}$

(5)　$l=0.020\,\mathrm{m}$，$L=0.30\,\mathrm{m}$，$E=1.2\times10^4\,\mathrm{V/m}$，$v=8.0\times10^6\,\mathrm{m/s}$ の条件で実験を行ったところ，$a=0.25\,\mathrm{m}$ が得られた。これらの数値から電子の比電荷の値を求めなさい。［8］$\times10^{[9]}$ C/kg

［8］の解答群

① 1.0　② 1.4　③ 1.8　④ 2.2

⑤ 2.6　⑥ 3.0　⑦ 3.4　⑧ 3.8

⑨ 4.2　⑩ 4.6

［9］の解答群

① 5　② 6　③ 7　④ 8

⑤ 9　⑥ 10　⑦ 11　⑧ 12

⑨ 13　⑩ 14

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第39講　解答

1

（1）x 成分：$v\sin\theta$，z 成分：$v\cos\theta$　（2）ローレンツ力　（3）$evB\sin\theta$

（4）$\dfrac{mv\sin\theta}{eB}$　（5）$\dfrac{2\pi m}{eB}$　（6）$\dfrac{2\pi mv\cos\theta}{eB}$　（7）$\sqrt{\dfrac{2eV}{m}}$

（8）$\dfrac{2V\sin^2\theta}{R^2B^2}$

2

問1

（1）x 軸方向　等速度運動，$f=0$，$a=0$

y 軸方向　等加速度運動，$f=\dfrac{eV}{d}$，$a=\dfrac{eV}{md}$

（2）x 軸方向　等速度運動，$f=0$，$v=v_0$

y 軸方向　等速度運動，$f=0$，$v=\dfrac{eV}{md}\cdot\dfrac{l}{v_0}$

（3）$a=\dfrac{eVl}{2mdv_0{}^2}(l+2L)$

問2

（1）磁場（磁界）の向きは紙面に対して，表から裏へ向かう。

〈参考〉

偏向板の間を通過する間，電子には上向きに電界からの力がかかる。よって電子を直線運動させるためには偏向板の間において，電子に下向きのローレンツ力がかからなければならない。そのために必要な磁界の向きはフレミングの左手の法則より，紙面に対して表から裏への向きとなる。なお，電子の電荷が負であることに注意。

（2）$v_0=\dfrac{V}{dB}$

問3　$\dfrac{e}{m}=\dfrac{2aV}{dB^2l(l+2L)}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第39講　確認テスト

【解答】

［A］　1　⑤　　2　③　　3　⑧

［B］　4　①　　5　④　　6　⑤　　7　④　　8　④　　9　⑦

【解説】

［A］

(1)　エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV_0 \qquad \therefore \quad v = \sqrt{\frac{\boldsymbol{2eV_0}}{\boldsymbol{m}}} \text{ —1}$$

(2)　等速円運動の運動方程式より，

$$m\frac{v^2}{r} = evB \qquad \therefore \quad r = \frac{mv}{eB} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{2mV_0}}{\boldsymbol{eB^2}}} \text{ —2}$$

(3)　等速円運動の $\frac{1}{2}$ 周期だから，

$$\frac{2\pi r}{v} \times \frac{1}{2} = \frac{\boldsymbol{\pi m}}{\boldsymbol{eB}} \text{ —3}$$

［B］

(1)　y 方向の加速度を α として，運動方程式は

$$m\alpha = eE \qquad \therefore \quad \alpha = \frac{\boldsymbol{eE}}{\boldsymbol{m}} \text{ —4}$$

(2)　平行板電極の間を通り抜けるのにかかる時間は，$t = \frac{l}{v}$ ゆえ，

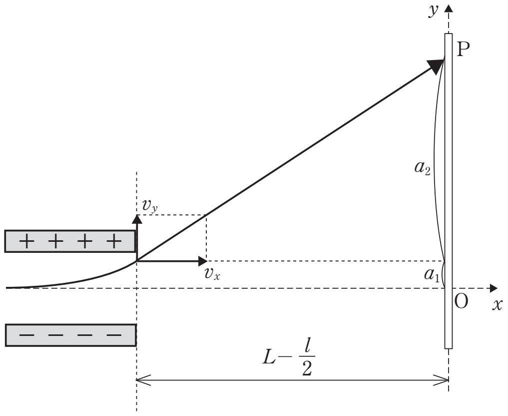
$$a_1 = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}} \cdot \frac{\boldsymbol{eE}}{\boldsymbol{m}}\left(\frac{\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{v}}\right)^2 \text{ —5}$$

(3)　$$v_y = \alpha t = \frac{\boldsymbol{eE}}{\boldsymbol{m}} \cdot \frac{\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{v}} \text{ —6}$$

(4)　図より，

$$\frac{a_2}{L - \frac{l}{2}} = \frac{v_y}{v_x} = \frac{\left(\frac{eEl}{mv}\right)}{v}$$

$$\therefore \quad a_2 = \frac{eEl}{mv^2}\left(L - \frac{l}{2}\right)$$



よって

$$a = a_1 + a_2 = \frac{eE}{2m}\left(\frac{l}{v}\right)^2 + \frac{eEl}{mv^2}\left(L - \frac{l}{2}\right) = \frac{\boldsymbol{eElL}}{\boldsymbol{mv^2}} \text{ —7}$$

(5)　(4)より，

$$\frac{e}{m} = \frac{v^2 a}{ElL} = \frac{(8 \times 10^6)^2 \times 0.25}{1.2 \times 10^4 \times 0.02 \times 0.3} \fallingdotseq \boldsymbol{2.2 \times 10^{11}} \text{ [C/kg] —8, 9}$$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。